

# 数 学

## 注意事項

1. 試験開始の指示があるまで、この冊子を開いてはいけません。
2. 試験開始の指示があったら、すぐに「問題」と「答案用紙」および「計算用紙」の種類と枚数が以下のとおりであることを確認し、受験番号を「答案用紙」の5枚すべてに記入してください。
  - 問題 1枚
  - 答案用紙 (数学その1)～(数学その5) 各1枚 計5枚
  - 計算用紙 (その1)～(その2) 各1枚 計2枚

(この「注意事項」は「計算用紙(その2)」のうら面に印刷されています。)
3. 「問題」1枚と「答案用紙」5枚および「計算用紙」2枚の種類や枚数が異なる場合や印刷が不鮮明な場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
4. 解答は各答案用紙の指定された場所を書いてください。(数学その1) および(数学その2)では、おもて面に解答し、(数学その3)～(数学その5)では、うら面を使用する場合はその旨を記してください。
5. 「問題」1枚および「計算用紙」2枚は草案として使用してもかまいませんが、採点対象とはしません。必ず持ち帰ってください。
6. 試験終了後、「答案用紙」5枚はすべて回収します。上から(数学その1)、(数学その2)、…、(数学その5)の順に、おもて面を上にして、ひろげた状態で用紙の上下をそろえて5枚重ねてください。
7. すべての確認作業が終了するまで着席しててください。

# 令和5年度入学者選抜試験問題（数学）

1 次の問題文の空欄 ア から ケ にあてはまるものを解答欄に記入せよ。

- (1) 1 辺の長さが 1 の正八角形がある。その頂点を反時計回りに A, B, C, D, E, F, G, H とする。このとき、 $AC^2 =$  ア であり、 $AD^2 =$  イ である。ただし、答えが分数のときは、分母を有理化せよ。
- (2)  $n$  を自然数とする。中が見えない壺に、 $n$  個の赤玉と  $n$  個の白玉が入っている。この壺の中から  $n$  個の玉を同時に取り出すとき、取り出した白玉が  $k$  個以下となる確率を  $P_{n,k}$  と書く。このとき、 $P_{4,0} =$  ウ であり、 $P_{5,1} =$  エ であり、 $P_{6,2} =$  オ である。ただし、すべて既約分数で解答せよ。
- (3) 200 個から 100 個取る組合せの総数  ${}_{200}C_{100}$  を素因数分解したとき、2 桁の素因数の中で最大のものは カ である。
- (4) 空間内に 4 点  $A(1, 2, 3)$ ,  $B(3, 1, 4)$ ,  $C(2, 7, 1)$ ,  $D(5, 7, 7)$  がある。直線 AB 上を点 P が動き、直線 CD 上を点 Q が動く。直線 AB と直線 PQ が垂直であり、かつ直線 CD と直線 PQ が垂直であるとき、点 P の座標は キ であり、点 Q の座標は ク である。ただし、答えに分数があらわれるときは、既約分数にせよ。
- (5) 実数の組  $(x, y)$  が  $|x + 2y| \leq 1$  を満たすとき、 $(x - 2)^2 + (y - 1)^2$  の最小値は ケ である。

2 次の問題文の空欄 コ から ソ にあてはまるものを解答欄に記入せよ。

- (1) 関数  $f(x) = x^3 - 5x^2 + 6x - 6 + \frac{6}{x} - \frac{5}{x^2} + \frac{1}{x^3}$  ( $x \geq 1$ ) は、 $x =$  コ のとき、最小値 サ をとる。
- (2) 複素数平面上で、 $|z + 1 + i| + |z - 1 - i| = 6$  を満たす点  $z$  の全体を  $C$  とする。このとき、 $C$  によって囲まれる部分の面積は シ である。
- (3)  $x$  の 8 次式  $f(x)$  は整数  $k$  ( $0 \leq k \leq 8$ ) に対して、 $f(k) = \frac{k^2}{k+1}$  を満たす。このとき、 $f(9)$  の値を既約分数で求めると、 $f(9) =$  ス である。
- (4)  $xy$  平面において、2 つの曲線  $y = \sin x$  ( $\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{5}{4}\pi$ )、 $y = \cos x$  ( $\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{5}{4}\pi$ ) で囲まれた部分の面積は セ である。また、この部分を  $x$  軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積は ソ である。

3 1 から 10 までの整数が 1 つずつ重複せずに書かれた 10 枚のカードがある。この中から同時に 4 枚のカードを取り出すとき、取り出したカードに書かれている数の和が 20 以下となる確率を求めよ。

4 整数の組  $(x, y, z)$  が次の 2 つの式をともに満たすとき、 $(x, y, z)$  は (\*) を満たす整数の組であるという。

$$(*) \quad x^2 + y^2 + z^2 - 3xyz = 0, \quad 0 < x < y < z$$

例えば、 $(1, 2, 5)$  は (\*) を満たす整数の組である。

- (1)  $(2, 5, a)$  が (\*) を満たす整数の組となるような整数  $a$  を求めよ。
- (2) 次の条件 (i), (ii) をともに満たす数列  $\{a_n\}$  が存在することを示せ。
- (i)  $a_1 = 1, a_2 = 2$  である。
- (ii) 任意の自然数  $n$  に対して、 $(a_n, a_{n+1}, a_{n+2})$  は (\*) を満たす整数の組である。
- (3) (2) の数列  $\{a_n\}$  はただ 1 つである。この数列  $\{a_n\}$  について、 $a_n$  が偶数となる  $n$  をすべて求めよ。

5 0 以上の整数  $n$  に対し、関数  $f_n(x)$  を

$$f_0(x) = 1, \quad f_1(x) = x, \quad f_{n+2}(x) = 2xf_{n+1}(x) - f_n(x) \quad (n = 0, 1, 2, \dots)$$

により定める。

- (1) 0 以上の整数  $n$  と任意の実数  $\theta$  に対し、等式  $f_n(\cos \theta) = \cos n\theta$  が成り立つことを示せ。
- (2) 自然数  $p, q$  に対し、 $I_{p,q} = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} f'_{3p}(x)f'_{3q}(x)\sqrt{1-x^2} dx$  を求めよ。ただし、 $f'_n(x)$  は  $f_n(x)$  の導関数である。

令和5年度入学者選抜試験答案用紙（数学その1）

1の解答を必ず解答欄内を書いてください。

(1) ア

|  |  |
|--|--|
|  |  |
|--|--|

イ

|  |  |
|--|--|
|  |  |
|--|--|

(2) ウ

|  |  |
|--|--|
|  |  |
|--|--|

エ

|  |  |
|--|--|
|  |  |
|--|--|

オ

|  |  |
|--|--|
|  |  |
|--|--|

(3) カ

|  |  |
|--|--|
|  |  |
|--|--|

(4) キ

|  |                     |
|--|---------------------|
|  | $( \quad , \quad )$ |
|--|---------------------|

ク

|  |                     |
|--|---------------------|
|  | $( \quad , \quad )$ |
|--|---------------------|

(5) ケ

|  |  |
|--|--|
|  |  |
|--|--|

|      |
|------|
| 受験番号 |
|      |

|    |
|----|
| 小計 |
|    |

令和5年度入学者選抜試験答案用紙（数学その2）

2の解答を必ず解答欄内を書いてください。

|     |   |  |
|-----|---|--|
| (1) | コ |  |
|-----|---|--|

|  |   |  |
|--|---|--|
|  | サ |  |
|--|---|--|

|     |   |  |
|-----|---|--|
| (2) | シ |  |
|-----|---|--|

|     |   |  |
|-----|---|--|
| (3) | ス |  |
|-----|---|--|

|     |   |  |
|-----|---|--|
| (4) | セ |  |
|-----|---|--|

|  |   |  |
|--|---|--|
|  | ソ |  |
|--|---|--|

|      |
|------|
| 受験番号 |
|      |

|    |
|----|
| 小計 |
|    |

令和5年度入学者選抜試験答案用紙（数学その3）

3 の解答を書いてください。

| 受 験 番 号 |
|---------|
|         |

| 小 計 |
|-----|
|     |

令和5年度入学者選抜試験答案用紙（数学その4）

4の解答を書いてください。

| 受験番号 |
|------|
|      |

| 小計 |
|----|
|    |

令和5年度入学者選抜試験答案用紙（数学その5）

5の解答を書いてください。

| 受験番号 |
|------|
|      |

| 小計 |
|----|
|    |







