令和５年度入学者選抜試験問題

物理基礎・物理（後期日程）〔解答例〕

問題１

（1） ばねの伸びを x とし, 等加速度運動中に物体 P に働く合力 F は, ばねの伸び方向を正とすると, $F=-\mathrm{k}\mathrm{x}+m\frac{v}{t_1}=-\mathrm{k}\left(\mathrm{x}-\frac{\mathrm{m}v}{kt_1}\right)$となる。従って，物体 P は中心が$\frac{\mathrm{m}v}{kt_1}$，周期が$2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$の単振動をする。答は，この単振動の 1 周期に一致する。

答　$\boldsymbol{2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}}$

（2） 求める速さをv_{max}とすると, $\frac{1}{2}mv_{max}{}^2=\frac{1}{2}k\left(\frac{\mathrm{m}v}{kt_1}\right)^2$となる。$v_{max}>0$より, $v_{max}=\frac{v}{t_1}\sqrt{\frac{m}{k}}$となる。　答　$\boldsymbol{\frac{v}{t_1}\sqrt{\frac{m}{k}}}$

（3） 等速度運動中に物体 P に働く合力 F は，ばねの伸び方向を正とすると，$F=-\mathrm{kx}$である。従って，物体 P は$x=0$を中心とした周期が$2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$の単振動をする。1.5 周期の時間経過した瞬間，等加速度運動が終わり，この瞬間のばねの伸びは$2\frac{\mathrm{m}v}{kt_1}$である。従って，求める速度を$v_{max}$とすると，$\frac{1}{2}mv_{max}{}^2=\frac{1}{2}k\left(2\frac{\mathrm{m}v}{kt_1}\right)^2$となる。$v_{max}>0$より，$v_{max}=\frac{2v}{t_1}\sqrt{\frac{m}{k}}$となる。

答　$\boldsymbol{\frac{2v}{t_1}\sqrt{\frac{m}{k}}}$

（4） B）の運動において物体 P が左へ運動中，それに働く力の合力Fは，ばねの伸び方向を正とすると，

$$F=-\mathrm{kx}+m\frac{v}{t_1}-\mu' mg=-\mathrm{k}\left(\mathrm{x}-\frac{\mathrm{m}v}{kt_1}+\frac{\mu' mg}{k}\right) \qquad ①$$

となる。従って，この間の物体 P の運動は，中心が$\frac{\mathrm{m}v}{kt_1}-\frac{\mu' mg}{k}$，周期が$2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$の単振動である。また，物体 P が右へ運動中，それに働く力の合力Fは，ばねの伸び方向を正とすると，

$$F=-\mathrm{kx}+m\frac{v}{t_1}+\mu mg=-\mathrm{k}\left(\mathrm{x}-\frac{mv}{kt_1}-\frac{\mu' mg}{k}\right) \qquad ②$$

となる。従って，この間の物体 P の運動は，中心が$\frac{\mathrm{m}v}{kt_1}+\frac{\mu' mg}{k}$，周期が$2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$の単振動である。静止摩擦係数が大きいと，静止した状態から運動が開始せず，B）の結果のような運動にならない。従って，ｉ）初期位置およびⅱ) 伸びきった直後において静止しない条件を考える。

ｉ）初期位置において静止しない条件

本運動の初期位置では，物体 P には，慣性力$\frac{\mathrm{m}v}{t_1}$が働く。よって，$\frac{\mathrm{m}v}{t_1}>\mu mg$　つまり　$\frac{v}{t_1 g}>\mu$　となる。

ⅱ) 伸びきった直後に静止しない条件

ばねの最大伸びは，この①の単振動の振幅 $\frac{\mathrm{m}v}{kt_1}-\frac{\mu' mg}{k}$ の 2 倍であるから，$\frac{2\mathrm{m}v}{kt_1}-\frac{2\mu' mg}{k}$ である。このとき，物体 P に働く慣性力と弾性力の合力 $-\frac{\mathrm{m}v}{t_1}+k\left(\frac{2\mathrm{m}v}{kt_1}-\frac{2\mu' mg}{k}\right)$ が右向きに働く。よって，$-\frac{\mathrm{m}v}{t_1}+k\left(\frac{2\mathrm{m}v}{kt_1}-\frac{2\mu' mg}{k}\right)>\mu mg$　つまり$\frac{v}{t_1 g}-2\mu'>\mu$　となる。

ｉ)，ⅱ)の両方の条件を満たすのは, $\frac{v}{t_1 g}-2\mu'>\mu$である。　答　$\boldsymbol{\frac{v}{t_1 g}-2\mu'}$

（5） 初期位置が$\frac{2\mathrm{m}v}{kt_1}-\frac{2\mu mg}{k}$で，②の単振動が開始される。この運動の振幅は，$\left(\frac{2\mathrm{m}v}{kt_1}-\frac{2\mu' mg}{k}\right)-\left(\frac{\mathrm{m}v}{kt_1}+\frac{\mu' mg}{k}\right)$より，$\frac{\mathrm{m}v}{kt_1}-\frac{3\mu' mg}{k}$となる。車の速さが v に達した時，この②の単振動において，ばねが最も縮んでいる。このときの位置は，初期位置－振幅×2 によって，以下のように求めることができる。

$$\left(\frac{2\mathrm{m}v}{kt_1}-\frac{2\mu' mg}{k}\right)-2\left(\frac{\mathrm{m}v}{kt_1}-\frac{3\mu' mg}{k}\right)=4\frac{\mu' mg}{k}$$

答　$\boldsymbol{4\frac{\mu' mg}{k}}$

問題２

(1)　おもり M が引き上げられるためには，導体棒 PQ に左向きの力がはたらかなければならない。導体棒 PQ には P→Q の方向に電流が流れるので，フレミングの左手の法則から，磁場が上向きのときに導体棒 PQ に左向きの力がはたらく。

答　　上向き

導体棒 PQ に流れる電流を I とすると，導体棒 PQ にかかる力は IBl である。これが，おもり M にかかる力 mg と等しいので，$IBl = mg$ である。

$I = E_1 / R$ であるため，$E_1 Bl / R = mg$

$E_1 = mgR / Bl$

答　　mgR / Bl [V]

(2)　$E_1 < E_2$ ：直流電源 E の起電力を E_2[V]に切り替えた瞬間，導体棒 PQ が磁場から受ける力がおもり M が重力から受ける力を上回るため，おもり M は引き上げられる。つまり，(1)では $E_1 Bl / R = mg$ であるが，(2)では $E_2 Bl / R > mg$ である。したがって、$E_1 < E_2$ 。

$I_1 = I_2$ ：導体棒 PQ が左に動くと，Q→P の方向に誘導電流が流れる。導体棒 PQ の速度が上がると誘導電流は大きくなり，導体棒 PQ を流れる電流が(1)の状態と同じになったとき，導体棒 PQ が磁場から受ける力とおもり M が重力から受ける力がつり合い，おもり M が等速で動くようになる。したがって，$I_1 = I_2$ 。

(3)　導体棒 PQ が速度 v で動いているとすると，導体棒 PQ に生じる誘導起電力は vBl である。E_2 と vBl の差が E_1 である。したがって、$E_2 - vBl = E_1 = mgR / Bl$ である。

$v = E_2 / Bl - mgR / (Bl)^2$

答　$E_2 / Bl - mgR / (Bl)^2$ [m/s]

(4)　一秒間に抵抗で発生するジュール熱は $U = RI^2 = R(mg / Bl)^2$ である。

$40 \times (0.060 \times 9.8 / (3.0 \times 2.0))^2 = 0.38$

答　　0.38 J/s

一秒間におもりが得る位置エネルギーは $U = mgv = mgE_2 / Bl - R(mg / Bl)^2$ である。

（別解）電源の消費電力は $VI = mgE_2 / Bl$ である。ここから一秒間に抵抗で発生するジュール熱を引いたものが，一秒間におもりが得る位置エネルギーになる。

よって，$U = mgE_2 / Bl - R(mg / Bl)^2$ である。

$0.060 \times 9.8 \times 10 / (3.0 \times 2.0) - 40 \times (0.060 \times 9.8 / (3.0 \times 2.0))^2 = 0.60$

答　　0.60 J/s

問題３

(1)

経路 B→C と経路 D→A は定積変化である。D の圧力を P_1, A の圧力を P_2 とし，A の体積を V_1, B の体積を V_2 とすると正味の仕事は

$$(P_2-P_1)(V_2-V_1) = P_2V_2-P_2V_1-P_1V_2+P_1V_1$$
$$=R(T_3-T_2-T_2+T_1) = R(T_3-2T_2+T_1)$$

答　$R(T_3-2T_2+T_1)$

(2)

A→B：　G に加えた熱＝ G の内部エネルギーの増加 ＋ G が外部にした仕事

$$= (3/2)R(T_3-T_2) + P_2(V_2-V_1) = (5/2)R(T_3-T_2)$$

B→C：　G が放出した熱 ＝ G の内部エネルギーの減少 $=(3/2)R(T_3-T_2)$

より

答 A→B の比熱：　$(5/2)R$　　　　　B→C の比熱：　$(3/2)R$

(3)

G が熱を吸収している経路と吸収量は，A→B で吸収量$(5/2)R(T_3-T_2)$，D→A で吸収量$(3/2)R(T_2-T_1)$である。求める熱効率は熱効率の定義より

$$R(T_3-2T_2+T_1)/((5/2)R(T_3-T_2)+(3/2)R(T_2-T_1))$$
$$= 2(T_3-2T_2+T_1)/(5T_3-2T_2-3T_1)$$

答　$2(T_3-2T_2+T_1)/(5T_3-2T_2-3T_1)$

問題４

(1)　レンズの式より，$\frac{1}{40}+\frac{1}{\mathrm{L_1Q}}=\frac{1}{30}$ 。よって，$\mathrm{L_1Q}=120$（mm）。

$\frac{1}{150-\mathrm{L_1Q}}-\frac{1}{150-\mathrm{L_1R}}=\frac{1}{60}$ より，$\mathrm{L_1R}=90$（mm）。ゆえに，虚像 R の x 座標は 90 (mm) 。

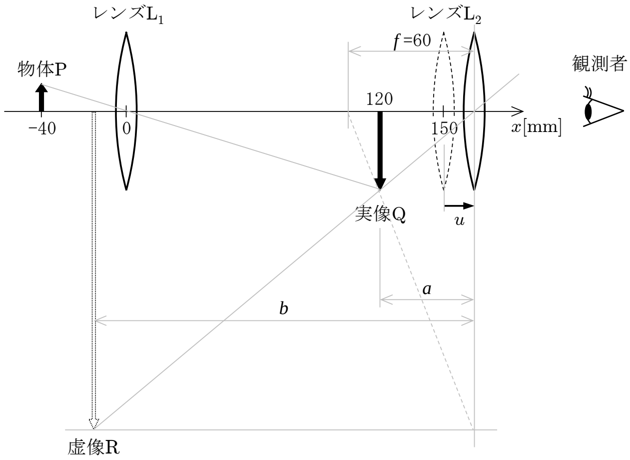
物体 P に対する実像 Q の倍率（$\mathrm{L_1}$による倍率）は，$\frac{\mathrm{L_1Q}}{40}=3$（倍)。

また，$\mathrm{L_2}$による倍率は $\frac{150-90}{30}=2$ (倍) なので，全体の倍率は $3\times2=6$ 。$\therefore m_1=6$（倍）。

(2)　(1)では 2 倍であった $\mathrm{L_2}$による倍率が 4 倍となればよいので，

下図において $\frac{1}{a}-\frac{1}{b}=\frac{1}{f}$ が $b=4a$ となればよい。$\frac{1}{a}-\frac{1}{4a}=\frac{1}{60}$ より，$a=45$ (mm) 。

移動前は $a=30$ (mm) だったので，移動量は $u=15$ (mm) 。



【別解】一般化されたレンズの式 $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}$ において倍率が $\left|\frac{b}{a}\right|$ であることから解くと，

$\mathrm{L_2}$について $\frac{1}{30+u}+\frac{1}{b}=\frac{1}{60}$ より $b=\frac{60(30+u)}{u-30}$ 。倍率は，$m_2=2m_1=12=3\times\left|\frac{\frac{60(30+u)}{u-30}}{30+u}\right|$ より

$u=15,45$ を得る。ここで，$u=45$ の場合は，$a=75>f$ （または$b>0$）より，$\mathrm{L_2}$による実像 Q の写像は再び実像となる。虚像となるのは $u=15$ の場合のみ。$\therefore$ $u=15$ (mm) 。

(3)　$\mathrm{L_1}$による倍率が 3 倍なので，全体の倍率m_3が $m_3=2$ となるためには，凹レンズによる倍率は $\frac{2}{3}$ 。よって，下図において $b=\frac{2}{3}a$ となればよい。

いま，$a=30$ (mm) なので，$b=20$ (mm) 。 $\frac{1}{30}-\frac{1}{20}=\frac{1}{f}$ より，$f=-60$ (mm) 。